



FACTORIZACION DE POLINOMIOS

- Polinomio mónico: Coeficiente principal 1.
- Polinomio primo: Un polinomio de grado no nulo, es primo, cuando no puede ser expresado como producto de polinomios de grado menor.
- Si un polinomio no es primo es compuesto.

Ejemplos: $x^2 + 3x - 2$ mónico

$$10x - 30 = 10(x - 3) \text{ primo}$$

$$x^2 - 25 = (x + 5)(x - 5) \text{ compuesto}$$

Un polinomio está factorizado cuando se lo expresa como producto entre su coeficiente principal y polinomios primos mónicos.

Ejemplos: $P(x) = x^3 + 4x + 5$ para factorizarlo se puede proceder de la siguiente manera:

1°) Buscar una raíz de $P(x)$, en este caso, usamos Teorema de Gauss

Divisores del término independiente (5): $\pm 1; \pm 5$

Divisores del coeficiente principal (1): ± 1

Posibles raíces: (todas las combinaciones de las divisiones entre los divisores del término independiente y los divisores del coeficiente principal): $\pm 1; \pm 5$

$$P(1) \neq 0$$

$$P(-1) = 0 \rightarrow -1 \text{ es raíz de } P(x)$$

2°) Aplicando la consecuencia del teorema del resto, si -1 es raíz de $P(x) \rightarrow x + 1$ es divisor de $P(x)$

3°) Dividimos $P(x)$ por $x + 1$ empleando Ruffini

	1	0	4	5
-1		-1	1	-5
	1	-1	5	0

Entonces $P(x) : (x + 1) = x^2 - x + 5$

4°) Escribimos a $P(x)$ como producto entre el divisor del paso 2° y el cociente del paso 3°)

$$P(x) = (x^2 - x + 5) \cdot (x + 1)$$

Observación: se debe analizar si $x^2 - x + 5$ es primo o compuesto; en el caso de ser compuesto se debe seguir factorizando. Para ello se pueden utilizar otros casos de factoreo:

- ✓ Factor común: es lo contrario de aplicar propiedad distributiva
Se extrae el factor que se repite en todos los términos del polinomio
 - De la indeterminada: ésta con el menor exponente
 - De los coeficientes: el máximo común divisor o el coeficiente principal si se desea un polinomio mónico

Ejemplos: $12x^3 - 30x^2 + 48x^5 = 6x^2(2x - 5 + 8x^3)$

$$-3x^4 + 12x^3 - 27 = 3(-x^4 + 4x^3 - 9)$$

- ✓ Diferencia de cuadrados: $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$
- ✓ Trinomio cuadrado perfecto: $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$
- ✓ Cuatrinomio cubo perfecto: $a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 = (a + b)^3$
- ✓ Trinomio de 2° grado: $P(x) = ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$ con $a \neq 0, x_1$ y x_2 raíces reales de $P(x)$.

ACTIVIDAD:

Factorizar los siguientes polinomios, siempre que sea posible:

a) $2x^3 - 54 =$

b) $x^5 - 32 =$

c) $2x^3 + 4x^2 - 2x - 4 =$

d) $9x^4 - 1 =$

e) $27x^3 + 27x^2 + 9x + 1 =$

f) $x^3 - 6x^2 + 11x - 6 =$

g) $x^2 + x + \frac{1}{4} =$

h) $36x^2 - 144 =$

i) $4x^2 + x^3 - 3x + 10$